MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 11
15.1.2020

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. *(Frühjahr 2019, Thema 1, Aufgabe 5)*
   Bestimmen Sie alle Scheitelpunkte der Quadrik
   $$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \ : \ 5x^2 - 6xy + 5y^2 + 4x + 4y = 12 \right\}.$$
   Die Scheitelpunkte einer Quadrik sind die Schnittpunkte der Quadrik mit ihren Symmetrieachsen.

2. *(Frühjahr 2019, Thema 3, Aufgabe 5)*
   a) Sei α ein reeller Parameter. Die Teilmenge Q_α von $\mathbb{R}$ soll aus allen $\binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2$ mit
   $$(16\alpha^2 - 16\alpha + 25)\, x^2 + (9\alpha^2 - 9\alpha + 25)\, y^2 + 24(\alpha - \alpha^2)\, xy = 25(\alpha + 1)^2$$
   bestehen. Bestimmen Siue die metrische Normalform der Quadrik Q_α in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$.
   [Tip für die Rechnung: Links $\beta := \alpha^2 - \alpha$ substituieren]

   b) Bestimmen Sie alle Werte von α, für die Q_α ein Kreis ist.

3. *($\sim$Frühjahr 2010, Thema 2, Aufgabe 5)*
   In der euklidischen Ebene $\mathbb{R}^2$ mit den Koordinaten x und y ist die Quadrik
   $$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x^2 - 2\,x\,y + y^2 + x - 3\,y - 4 = 0 \right\}$$
   gegeben. Bestimmen Sie die euklidische Normalform und den Typ von Q, und fertigen Sie eine Skizze von Q an.

4. (Fortsetzung von Aufgabe 3 vom Tut-Blatt 11)
   Wir betrachten für $t \geq 0$ die Quadrik
   $$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \ \mid \ x^2 + y^2 + 2txy = 1 \right\}.$$
   Bestimmen Sie für diejenigen $t \geq 0$, für die Q_t eine Ellipse, aber kein Kreis ist (also für $0 < t < 1$, siehe Tut 11/ Aufgabe 3), die Längen der beiden Halbachsen (also die Hauptachsenabschnitte) sowie den Winkel $\alpha \in [0, \pi[$, um den man die x–Achse (also die Gerade $\mathbb{R}\binom{1}{0}$) in mathematisch positiver Richtung („gegen den Uhrzeigersinn“) um den Ursprung drehen müßte, damit sie die größere der beiden Halbachsen überdeckt.

Abgabe bis 22.1.2020, 14:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).